

## NOTIZEN

Der  $g$ -Faktor des Bahnmoments des Elektrons

Von Heinz Koppe

Max-Planck-Institut für Physik, Göttingen

(Z. Naturforschg. **3a**, 310 [1948]; eingeg. am 4. August 1948)

Die neuen Messungen von Rabi<sup>1</sup>, die zur Auf-  
findung kleiner Abweichungen des magnetischen  
Momentes des Elektrons vom „theoretischen“ Wert  
(1,00118 statt 1 Bohrsches Magneton) geführt haben,  
beruhen auf einer genauen Bestimmung des Verhält-  
nisses der  $g$ -Faktoren (Verhältnis des mechanischen  
zum magnetischen Moment) des Bahnmomentes und  
des Spins. Es sollte gelten  $g_{\text{Spin}}/g_{\text{Bahn}} = 2$ , man findet  
statt dessen den Wert 2,00236. Das dabei benutzte Bahn-  
moment ergibt sich ganz allgemein<sup>2</sup> für ein System be-  
wegter Massenpunkte gleicher spezifischer Ladung  $e/m$ .  
Diese Voraussetzung ist im Atom nicht gegeben, wenn  
man die Mitbewegung des Kernes berücksichtigt. Es ist  
von vornherein zu erwarten, daß sich dadurch nur eine  
sehr geringfügige Korrektur ergeben wird, weshalb man  
diesen Effekt bis jetzt auch noch nicht berücksichtigt hat.  
Bei der inzwischen außerordentlich gesteigerten Meß-  
genauigkeit darf man ihn aber nicht mehr ohne weiteres  
vernachlässigen.

Für ein Atom aus einem Kern mit der Masse  $M$   
und einem Elektron mit der Masse  $m$  ist, wenn  $\mathbf{r}_k, \mathbf{r}_e$   
und  $\mathbf{r}$  die Kern-, Elektronen- bzw. Relativkoordinaten  
sind, das Drehmoment  $J$  und das magnetische Moment  
 $\mu$  gegeben durch

$$J = M[\mathbf{r}_k \dot{\mathbf{r}}_k] + m[\mathbf{r}_e \dot{\mathbf{r}}_e] = \frac{mM}{M+m}[\mathbf{r} \dot{\mathbf{r}}],$$

$$\vec{\mu} = \frac{e}{2c} \left\{ -[\mathbf{r}_k \dot{\mathbf{r}}_k] + [\mathbf{r}_e \dot{\mathbf{r}}_e] \right\} = \frac{e}{2c} \frac{M-m}{M+m}[\mathbf{r} \dot{\mathbf{r}}].$$

Für den  $g$ -Faktor ergibt sich

$$g_{\text{Bahn}} = 1 - \frac{m}{M}. \quad (1)$$

(Dabei ist das Bohrsche Magneton auf die Elektronen-  
masse bezogen. Würde man es auf die reduzierte Masse  
beziehen, so bekäme man  $g = [M-m]/[M+m] \approx 1 - 2m/M$ ).  
Für Mehrelektronensysteme läßt sich die Korrektur  
des  $g$ -Faktors nicht so einfach angeben, man wird  
aber jedenfalls einen annähernd richtigen Wert er-  
halten, wenn man in (1) die Masse des Atomkernes  
einsetzt. Die Abweichung von 1 ist immer sehr klein  
(maximal 0,5% bei H), so daß sich an dem von Rabi

<sup>1</sup> Vgl. J. E. Nafi, E. B. Nelson u. I. I. Rabi,  
Physic. Rev. **71**, 914 [1947]; D. E. Nagle, R. S.  
Julian u. J. R. Zacharias, Physic. Rev. **72**, 971  
[1947]; P. Kusch u. H. M. Folly, Physic. Rev. **72**,  
1256 [1947].

<sup>2</sup> Vgl. Kramers, Quantentheorie des Elektrons  
und der Strahlung. Hand- u. Jahrbuch der Chem. Phy-  
sik, Bd. 1, II, Leipzig 1937, S. 233.

aus seinen Messungen gezogenen Schluß auf die Ab-  
weichungen des magnetischen Momentes qualitativ  
nichts ändert. Quantitativ kann die Korrektur aber  
innerhalb der sehr großen Meßgenauigkeit liegen und  
muß deshalb mit berücksichtigt werden. Bei den bis  
jetzt vorliegenden Messungen liegen die Werte für  
 $\delta\mu/\mu$ , die an H bzw. D je gewonnen worden sind, tat-  
sächlich höher als bei den aus Messungen an Ga er-  
mittelten, wie das zu erwarten wäre. Leider sind aber  
gerade die Messungen an H und D noch relativ „un-  
genau“, so daß der oben erörterte Effekt im Meß-  
fehler untergeht.

Über die Erzeugung von Ionenstrahlen mittels  
einer HochfrequenzentladungVon Hugo Neuert<sup>1</sup>(Z. Naturforschg. **3a**, 310–312 [1948]; eingeg. am 2. August 1948)

Thonemann<sup>2</sup> hat zuerst darauf hingewiesen,  
daß es möglich ist, aus einer elektrodenlosen Hoch-  
frequenzentladung mit Hilfe einer Gleichspannung  
von 10–20 kV Ionenströme von etwa 10 mA heraus-  
zuziehen, und hat gleichzeitig die dabei auftretenden  
Entladungserscheinungen geschildert. Diese Art der  
Ionenerzeugung ist hier mit einer der obigen<sup>2</sup> ziem-  
lich ähnlichen Anordnung für den Fall der Wasser-  
stoffentladung eingehend studiert worden. Als Ent-  
ladungsgefäß diente ein 2 l-Kolben aus Pyrexglas  
mit einem Halsansatz von 45 mm Weite. Die Entladung  
wurde durch eine Spule aus Cu-Rohr von 4½ Windun-  
gen aufrechterhalten, die an einen Hochfrequenzsen-  
der ( $\lambda = 10$ –20 m, etwa 150 W) angeschlossen war.  
Messungen der Nutzleistung zeigten, daß nur einige  
Prozent der Senderverlustleistung von der Gasent-  
ladung aufgezehrt wurden. Die Ionen wurden bei Druk-  
ken von 2–10  $\times 10^{-3}$  mm aus der Entladung heraus-  
gezogen. Kathode war dabei ein am Halsansatz ange-  
brachter Al-Ring. Der Ionenstrahl trat, offensichtlich  
nach der Achse des Kolbenhalses hin konzentriert, in  
einen 8 cm tiefen Auffänger mit etwa +500 V Vorspan-  
nung ein. Durch Veränderung der Vorspannung und  
der Auffängertiefe wurde festgestellt, daß man es  
praktisch mit einem reinen Ionenstrahl zu tun hatte.  
Der Ionenstrom stieg proportional mit der Saug-  
spannung (bis etwa 12 kV) und etwas weniger als  
proportional mit der Senderleistung (bis etwa 120 W)  
an. Bei 10 kV und 100 W wurden leicht 20 mA er-  
zielt. Bei höheren Spannungen als etwa 13 kV konnte  
bei Drucken unter 2  $\times 10^{-3}$  mm eine Entladung nicht  
mehr kontinuierlich aufrechterhalten werden. Bei  
Drucken über 13  $\times 10^{-3}$  mm bildete sich kein gebün-  
delter Ionenstrahl mehr aus.

Es wurde nun beobachtet, daß ein schwaches

<sup>1</sup> Weil a. Rh., Marktplatz 5.

<sup>2</sup> P. C. Thonemann, Nature [London] **158**, 61  
[1946].



Magnetfeld, das praktisch die ganze Entladungskugel durchsetzte, bei gleichbleibender Senderleistung die Entladung erheblich aufhellte und dabei die erreichbaren Ionenströme wesentlich vergrößerte. Gleichzeitig mußte, um wieder einen gebündelten Ionenstrahl zu erhalten, der Druck im Entladungsgefäß herabgesetzt werden. Optimale Arbeitsbedingungen erhielt man nun bei  $3-5 \times 10^{-3}$  mm. Die Verwendung eines Magnetfeldes erwies sich demnach in jeder Hinsicht als recht vorteilhaft. Der Ionenstrom stieg wieder mit der Senderleistung, proportional mit der Saugspannung und im untersuchten Bereich auch proportional zur Magnetfeldstärke an. Abb. 1 zeigt die Verstärkung des Ionenstroms durch ein Magnetfeld von 25 Amp.-Windg./cm.

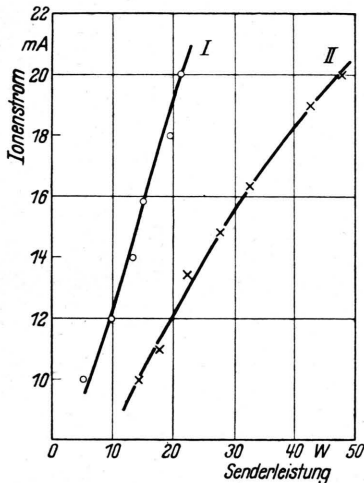


Abb. 1. Abhängigkeit des Ionenstroms im Entladungsröhr von der Senderleistung mit (I) und ohne (II) Magnetfeld. 8 kV,  $7 \times 10^{-3}$  mm.

Es wurde weiterhin untersucht, welche Ionenintensitäten noch erreichbar sind, wenn die Ionen durch einen an Stelle des Auffängers angebrachten Kanal in einen Nachbeschleunigungsraum eintreten. Infolge des verhältnismäßig geringen Druckes im Entladungsröhr konnten dabei recht weite Kanäle verwendet werden. Die Intensität hinter dem Kanal stieg ebenfalls mit der Senderleistung, der Saugspannung und wieder mit der Magnetfeldstärke an. Abb. 2 zeigt die in einem Auffänger gemessenen Gesamtionenströme in einem gerade für die Anwendung des Magnetfeldes günstigen Druckbereich. Maximal wurden hinter dem Kanal bei einigen kV Nachbeschleunigung ohne Magnetfeld etwa 2 mA und mit Magnetfeld etwa 4 mA gefunden. Durch Anbringen einer Lochblende am Kathodenring gelang es, die Ausbeute noch zu vergrößern. Allerdings lag hierbei der optimale Gasdruck, auch bei Anwendung des Magnetfeldes, nun wieder etwas höher als ohne Blende, so daß bei Verwendung der weiten Kanäle starke Pumpleistungen notwendig sind. Infolge des höheren Druckes konnte auch die Saugspannung für Dauerbetrieb bis auf 16–18 kV gesteigert werden.

Bei 18 kV und 100 W wurden nun mit Magnetfeld bis zu 8 mA Gesamtionenstrom erzielt.

Die Energieverteilung und die Zusammensetzung des Ionenstrahls ist durch elektrische und magnetische Ablenkung untersucht worden. Die elektrische Ab-

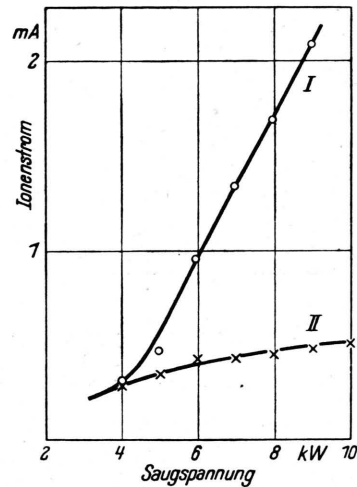


Abb. 2. Gesamtionenstrom hinter einem Kanal von 4 mm  $\varnothing$  und 10 mm Länge mit (I) und ohne (II) Magnetfeld, in Abhängigkeit von der Saugspannung. 45 W;  $3 \times 10^{-3}$  mm.

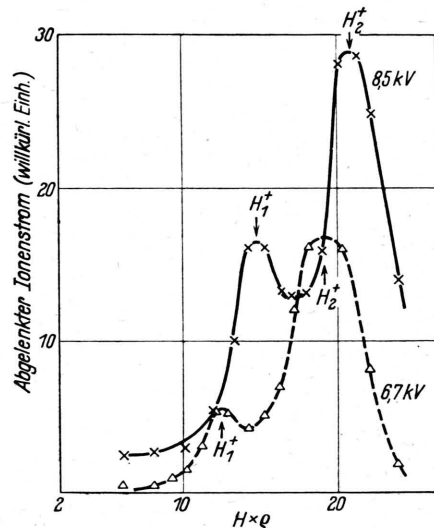


Abb. 3. Magnetisch abgelenkter Ionenstrom. Saugspannung 8,5 kV und 6,7 kV.

lenkung zeigte, daß die Ionen überwiegend die gleiche Energie besitzen; diese ist bestimmt durch die Höhe der Saugspannung. Vermutlich entstehen die Ionen im leuchtenden Teil der Entladung im oberen Bereich der Kugel. Dort ist der Spannungsabfall der Saugspannung nur gering. Das beschleunigende Feld liegt praktisch zwischen der unteren Grenze der leuchtenden Gaswolke und der Kathode. Demnach können die

Ionenenergien sich nur um geringe Beträge unterscheiden. Dies wurde auch durch Versuche über die magnetische Ablenkung bestätigt. Abb. 3 zeigt den magnetisch abgelenkten Ionenstrom als Funktion des Magnetfeldes. Aus den deutlich getrennten Gruppen für Atom- und Molekülionen konnte das Verhältnis der beiden Ionensorten bestimmt werden. Bei niedrigen Energien überwiegen die Molekülionen. Bei 8 kV ist das Verhältnis von Molekül- zu Atomionen etwa 2:1. Bei höheren Spannungen nimmt der Anteil der Atomionen anscheinend zu, erreicht aber höchstens 50% der Gesamtionenzahl. Die Verbreiterung der Gruppen in Abb. 3 ist zu einem Teil auf die wirklichen Unterschiede in den Ionenenergien, die aber höchstens 10% betragen, zu einem weiteren Teile auf die Geometrie

der Anordnung und zum wesentlichen Teile auf die Schwankung der Saugspannung zurückzuführen.

Bei mäßigen Intensitäten kann der Gasverbrauch auf weniger als  $10 \text{ cm}^3 \times 1 \text{ mm/sec}$  beschränkt werden. Bei den maximalen Intensitäten steigt der Gasverbrauch, jeweils entsprechend dem weiteren Kanal, stark an und ist dann dem Gasverbrauch von normalen Kanalstrahlrohren vergleichbar. Man muß durch gute Justierung dafür sorgen, daß die aus der Entladung herausgezogenen Elektronen alle zu der als Anode dienenden Fe-Platte, die im höchsten Punkt der Glaskugel angebracht war, wandern. Dann treten auch bei langem Betrieb der Röhre keine Schwierigkeiten auf.

Eine ausführliche Darstellung der Versuche erscheint später.

---

## BESPRECHUNGEN

---

**Einführung in die Astronomie.** Von Friedrich Becker. Bibliographisches Institut, Leipzig 1947. 2. Aufl., 148 S. m. 38 Abb., Preis DM 2.90.

Die vorliegende Schrift des bekannten Bonner Astronomen ist als erste Einführung in das wissenschaftliche Studium der Astronomie gedacht. Seine Lektüre setzt keine Kenntnisse von astronomischen Begriffen, wohl aber eine ausreichende Beherrschung der sphärischen Trigonometrie voraus. Dafür werden aber die Grundlagen der astronomischen Forschung mit hervorragender Prägnanz und in einer didaktisch vorbildlichen Form dargestellt.

Das erste Kapitel ist der sphärischen Astronomie und Astrometrie gewidmet. Es behandelt die Koordinatensysteme und die Erscheinungen der Gestirne an der Sphäre, die Grundlagen der Zeitmessung, Ortsbestimmung, Refraktion, Präzession und Parallaxenmessung. Anschließend folgt die Mechanik des Sonnensystems mit einer Darstellung der Bewegung der Planeten, ihrer Bahnen, Gesetze und Störungen, während in einem abschließenden Abschnitt die allgemeinen Verhältnisse des Sonnensystems, der Satelliten, kleinen Planeten, Kometen und Meteorströme eine gesonderte Behandlung erfahren.

Im dritten Hauptabschnitt wird das Wesen der Stellarastronomie beschrieben. Der vierte Abschnitt behandelt das Milchstraßensystem. Dieser kurze Abriss unserer heutigen Kenntnisse vom Aufbau der Milchstraßenwelt verdient in methodischer und systematischer Hinsicht besondere Hervorhebung, weil er in gedrängter Form einen klaren Überblick über die wesentlichsten Gesichtspunkte gibt, die gegenwärtig im Vordergrund des Interesses stehen. Das Schlußkapitel befaßt sich mit den Spiralnebeln, ihrem Verhalten und ihrer räumlichen Verteilung und Flucht. Im Anhang folgen einige nützliche Tabellen mit Elementen der großen Planeten, kurzperiodischen Kometen und einiger visueller Doppelsterne, ferner eine

Zusammenstellung der Fixsterne bis zu einer Entfernung von 5 Parsek.

D. Wattenberg.

**Vorlesungen über höhere Mathematik** von Josef Lense. Leibniz Verlag (bisher R. Oldenbourg Verlag), München 1948. 260 S., Preis geb. M 20.—.

In den ersten drei Hauptabschnitten gibt das vorliegende Buch eine Einführung in die Analysis, die bis zu den einfachsten Tatsachen aus der Funktionentheorie und aus der Lehre von den Differentialgleichungen reicht. Eingestreut sind zwei kurze Unterabschnitte über die analytische Geometrie der Ebene und des Raumes. Ein Ergänzungsteil bringt Determinanten und die Integration rationaler und verwandter Funktionen, führt die Funktionentheorie fort, u. a. bis zum Riemannschen Abbildungssatz, und ergänzt schließlich die Lehre von den Differentialgleichungen an verschiedenen Stellen, insbesondere durch die Behandlung der Fuchsschen Singularitäten bei einer linearen homogenen Differentialgleichung beliebiger Ordnung. Auswahl und Anordnung des Stoffes verraten den Ursprung des Werkes aus den Vorlesungen über „höhere Mathematik“ an einer Technischen Hochschule. Auf Beispiele und Aufgaben ist verzichtet worden, vermutlich der Kürze halber.

So viel Stoff bei so bescheidenem Umfang des Buches ließ sich natürlich nur unter Opfern darbieten. Die Opfer sind an keiner Stelle durch Verzicht auf Beweise gebracht, sondern es ist Wert darauf gelegt worden, überall auch die Begründungen zu geben. Das hat eine äußerst gedrängte Darstellung nötig gemacht, bei der die Grenze zwischen kurzer Darstellung und bloßer Andeutung manchmal überschritten worden ist. So wird man wohl dem Verfasser zustimmen müssen, wenn er im Vorwort sein Werk nicht zum Selbststudium, sondern zum Gebrauch „neben den Vorlesungen“ empfiehlt.

H. Kneser, Tübingen.